

# Identyfikacja cech dynamicznych elektrycznego układu rozruchowego

JEL: L62 DOI: 10.24136/atest.2019.159

Data zgłoszenia: 05.04.2019 Data akceptacji: 26.06.2019

*W artykule scharakteryzowano układy rozruchowe silników spalinyowych i warunki ich pracy. Omówiono tradycyjne stacjonarne charakterystyki pracy akumulatora kwasowego i rozrusznika elektrycznego. Przedstawiono modele strukturalne funkcjonalnych elementów składowych układu rozruchowego: akumulatora i rozrusznika jako klasyczne obwody elektryczne z typowymi elementami RLC. Zapisano równania pracy elementów struktury w warunkach dynamicznych i przedstawiono ich rozwiązania i uzyskane charakterystyki. Przedstawiono wyniki badań funkcjonowania układu rozruchowego i jego elementów, akumulatora i rozrusznika w warunkach stanowiących i podczas napędzania wału korbowego silnika, wskazujące zachowanie i przebieg parametrów pracy w warunkach dynamicznych.*

**Słowa kluczowe:** akumulator kwasowy, elektryczny układ rozruchowy silnika, dynamiczne warunki pracy.

## Wstęp

Urządzenia techniczne, w tym maszyny, w procesie eksploatacji funkcjonują najczęściej w sposób okresowy – dlatego w określonych chwilach są zatrzymywane i uruchamiane. W celu uruchomienia urządzenia należy ewentualnie, jeżeli zastosowano, usunąć blokady oraz doprowadzić strumienie energii i surowców niezbędne do utrzymania stanu funkcjonowania. Uruchamianie jest działaniem operatora, natomiast rozruch urządzenia oznacza zmianę jego stanu, przejście ze stanu spoczynku do stanu wykonywania funkcji użytkowych. W przypadku silnika spalinowego konieczne jest także zainicjowanie jego funkcjonowania, zapoczątkowanie cyklicznego samoczynnego powtarzania procesów tworzenia mieszanki i jej spalania. W praktyce, jedynym sposobem doprowadzenia energii zewnętrznej podczas rozruchu i spowodowania doprowadzenia niezbędnych dla utrzymania ruchu surowców, jest napędzanie jego wału korbowego za pomocą układu rozruchowego. Możliwości uruchomienia, podjęcia przez silnik samodzielnego funkcjonowania, wynikają z cech konstrukcyjnych, parametrów regulacyjnych jego układów oraz właściwości stosowanych materiałów eksploatacyjnych (paliwo, olej smarujący). Trudności uzyskania rozruchu wzrastają wraz z obniżaniem temperatury otoczenia (przy założeniu, że silnik znajduje się w równowadze termicznej z otoczeniem). Można wskazać w tym względzie dwie analogiczne grupy przyczyn trudności zarówno w odniesieniu do silników o zapłonie iskrowym i samoczynnym:

- pogorszenie warunków tworzenia mieszanki palnej i jej zapłonu (samozapłonu) spowodowane niską temperaturą sprężanego powietrza oraz niską jakością rozpylenia paliwa w zakresie dokładności jednorodności,
- wzrost momentu oporu silnika (lepkości oleju smarującego) oraz spadek mocy układu rozruchowego, a przez to zmniejszenie prędkości napędzania wału korbowego przez układ rozruchowy.

Układy rozruchowe pełnią niezwykle ważne zadanie, warunkują bowiem możliwość rozpoczęcia funkcjonowania silnika. Są często ważnym przedmiotem badań w aspekcie ich właściwości, zasad doboru i utrzymania w stanie zdatności funkcjonalnej w procesie

eksploatacji. Różnorodność cech i zastosowań silników implikuje odpowiednią różnorodność cech konstrukcyjnych i właściwości układów rozruchowych. Rodzaj zastosowanego układu rozruchowego zależy od przeznaczenia i cech konstrukcyjnych silnika, a przede wszystkim od jego wielkości. Układ rozruchowy elektryczny oraz pneumatyczny należą do najczęściej stosowanych w różnych warunkach w silnikach trakcyjnych i stacjonarnych. Warto także wspomnieć o układzie rozruchowym ręcznym (nożnym) – jest on stosowany w przypadku silników o małej pojemności, jedno- dwucylindrowych i małej masie, np. silniki motocykli i motorowerów, łodzi motorowych, agregatów małej mocy. Rozruch ręczny może być także stosowany jako dodatkowy mechanizm rozruchu silników. Rozruch może być realizowany za pomocą korby umieszczonej w osi wału korbowego lub linki nawijanej na oś wału korbowego. Rozruch za pomocą pedału nożnego (tzw. kick-starter) jest stosowany w silnikach motocyklowych z zastosowaniem przekładni zwiększającej prędkość obrotową wału silnika.

Elektryczny układ rozruchowy składa się z szeregowego lub szeregowo-bocznikowego silnika prądu stałego zasilanego z akumulatora kwasowego. Jest on powszechnie stosowany do rozruchu silników samochodowych, a także silników stacjonarnych. Rozrusznik elektryczny wyposażony jest w mechanizm włączający, pozwalający na jego połączenie z wałem korbowym silnika w czasie rozruchu za pomocą przekładni zębatej. Rozruszniki są wyposażone w urządzenia wyłączające przekładnię z chwilą uruchomienia silnika. Dużą wartość momentu napędzającego wał korbowy uzyskuje się dzięki odpowiednio dużemu przełożeniu między wałem rozrusznika i kołem zamachowym osadzonym na wale korbowym silnika. Podstawowymi parametrami funkcjonalnymi charakteryzującymi układ rozruchowy są: moc znamionowa rozrusznika, pojemność akumulatora i przełożenie między wieńcem koła zamachowego i zębnikiem rozrusznika. Właściwości układu przedstawia się za pomocą zbioru charakterystyk obejmujących zależność momentu siły, prędkości obrotowej, mocy i napięcia na zaciskach od natężenia pobieranego prądu.

Układy pneumatyczne wymagają elementów o dość dużych wymiarach i masach, przede wszystkim zbiorników powietrza i sprężarek. Dlatego znalazły zastosowanie w przypadku, gdy te czynniki nie stanowią istotnego kryterium efektywności. Wśród rozruszników pneumatycznych można wyróżnić: rozruszniki pneumatyczne bezwładnościowe, z silnikiem turbinowym oraz ciśnienia statycznego.

Rozrusznik pneumatyczny bezwładnościowy działa podobnie jak ręczny, bądź elektryczny, gdzie koło zamachowe o dużym momencie bezwładności jest napędzane sprężonym powietrzem kierowanym na łopatki i łączone za pomocą sprzęgła z wałem korbowym po osiągnięciu odpowiedniej prędkości obrotowej. Rozruszniki z silnikiem turbinowym mają budowę i działanie podobne jak typowe rozruszniki elektryczne. Występuje tu przekładnia i element sprzęgający rozrusznik z silnikiem, a miejsce silnika elektrycznego zajmuje napęd turbinowy, występuje znaczne podobieństwo charakterystyk rozruszników.

Układ rozruchowy sprężonym powietrzem jest układem o statycznym oddziaływaniu ciśnienia gazu. Jest stosowany w silnikach o ZS o dużych średnicach tłoka (powyżej 150 – 180 mm). Sprężone powietrze jest magazynowane w butlach pod ciśnieniem 3 – 8 MPa,

a do silnika jest doprowadzone po zredukowaniu do 2,5 – 3,5 MPa. Przewód łączący silnik z butlą powietrza jest zaopatrzony w zawór rozruchowy, za pomocą którego otwiera się dopływ sprężonego powietrza do rozdzielacza i zaworów rozruchowych na głowicy silnika. Dopływ powietrza do zaworów jest sterowany rozdzielaczem, napędzanym np. od wału rozrządu silnika.

Duże znaczenie układów rozruchowych dla skutecznego rozruchu silnika wynika z faktu, że jego wał korbowy powinien być napędzany z określoną prędkością obrotową. Podczas rozruchu silników samochodowych o ZS układ rozruchowy powinien zapewnić prędkość obrotową wału na ogół nie mniejszą niż 100 obr./min. O wartości prędkości napędzania wału korbowego silnika decyduje relacja pomiędzy momentami sił: rozwijanym przez rozrusznik i oporów ruchu silnika oraz ich mocami. Układ rozruchowy spełnia zatem zadanie zrównoważenia oporów ruchu wału korbowego silnika i nadanie mu odpowiedniej prędkości obrotowej.

Poznanie cech i właściwości użytkowych obiektu technicznego jest związane z wyznaczeniem właściwych dla niego charakterystyk lub parametrów w różnych warunkach funkcjonowania. Charakterystyki takie są modelami urządzenia najczęściej w postaci zależności lub równań matematycznych.

Celem artykułu jest przedstawienie statycznych charakterystyk elektrycznego układu rozruchowego silnika spalinowego, tj. akumulatora i rozrusznika i wskazanie, na podstawie wyników badań, cech dynamicznych tych urządzeń, ich modeli strukturalnych oraz ich opisu matematycznego.

### 1. Styczne i dynamiczne charakterystyki urządzenia

Modele urządzeń, to obiekty materialne lub wytwory myślowe, które odtwarzają przedmiot badania i mogą dostarczać nowej informacji o przedmiocie – np. urządzeniu lub procesie. Są więc uproszczonym obrazem rzeczywistości i narzędziem jej badania. Często takim modelem urządzenia, procesu są jego charakterystyki. Modele mogą mieć charakter poznawczy, bądź użytkowy. Ustalanie struktury i parametrów modelu określane jest jako identyfikacja, natomiast konfrontacja modelu z danymi rzeczywistymi – to jego weryfikacja.

Można wyróżnić, według kryterium stopnia subiektywności modele intuicyjne i sformalizowane. Modele intuicyjne, inaczej eksperckie polegają na dedukcjach i ocenach myślowych ekspertów, które zawierają na ogół dużą dozę niejednoznaczności. Modele sformalizowane budowane są według ściśle określonych reguł, zasad, które ograniczają stopień niejednoznaczności. Do modeli sformalizowanych zalicza się:

- modele analogowe, gdzie odpowiednie elementy systemu reprezentowane są przez inne wielkości fizyczne (np. pole temperatury zastępuje pole elektryczne lub model w skali);
- modele symboliczne, w których poszczególne parametry i właściwości systemu są reprezentowane przez symbole.

Do modeli symbolicznych należą modele: słowne (opisowe), graficzne i matematyczne, które mają największe znaczenie, bowiem opisują obiekt lub proces za pomocą wyrażań matematycznych, związków logicznych, których rozwiązanie dostarcza nowej wiedzy.

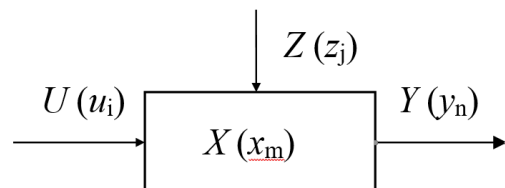
Jednym z najczęściej stosowanych opisów obiektów może być równanie typu wejście – wyjście (model wejściowo-wyjściowy) lub inaczej typu „czarna skrzynka”. Jest to równanie uzależniające wyjście obiektu (zbiór wielkości wyjściowych) od zbioru zmiennych stanu i zbioru zmiennych wejściowych (wymuszeń). Taki opis obiektu przedstawia wyrażenie (1), a jego interpretację graficzną – rys. 1. Odpowiednie oznaczenia wielkości w wyrażeniu (1) oraz na rys. 1 są analogiczne. Przy tym  $a$  i  $b$  są współczynnikami stałymi modelu, wskazującymi istotność wpływu cech obiektu  $x(t)$  oraz wybranych

wymuszeń  $u(t)$  na wartość wybranego parametru sygnału wyjściowego. Istnienie zakłóceń o nieznanym charakterze i wartości powoduje błędy modelu i niedokładność wyznaczania charakterystyk obiektu.

$$y(t) = a \cdot x(t) + b \cdot u(t) \quad (1)$$

Innym podstawowym i często stosowanym równaniem obiektu jest równanie stanu, które przedstawia zależność prędkości zmian stanu – cech obiektu – od zmiennej wartości cechy stanu  $x$  i zmiennej wejściowej  $u$ , np. wyrażenie (2). Równanie stanu zawiera zatem co najmniej dwie pochodne funkcji stanu obiektu różnego stopnia, np. 0 i 1 – jest więc równaniem różniczkowym.

$$\frac{dx(t)}{dt} = a \cdot x(t) + b \cdot u(t) \quad (2)$$



Rys. 1. Model obiektu typu wejście – wyjście:  $X$  – zbiór zmiennych cech obiektu,  $U$  – zbiór zmiennych wejściowych (wymuszeń),  $Y$  – zbiór zmiennych wyjściowych,  $Z$  – zbiór parametrów zakłóceń

Często badania obiektów realizowane są przy stałej wartości wymuszenia zewnętrznego lub przy jego braku – badane są wówczas cechy własne obiektu. W ten sposób ustalone są jednoznaczne warunki badania i zredukowana liczba niewiadomych – zakłada się niezmiennosc wektora wejścia  $U(t)$ . W takich warunkach uzyskiwana jest charakterystyka statyczna urządzenia – funkcja:  $y = y(x)$ , gdzie  $x$  jest wartością cechy rozważanego sygnału wejściowego, tj. cechy stanu lub wymuszenia, a  $y$  jest wartością cechy sygnału wyjściowego. Najczęściej oczekiwaną charakterystyką statyczną jest charakterystyka liniowa  $y = ax + b$ , lub proporcjonalna. W celu jej opisu wystarczające jest zdefiniowanie czułości statycznej, wyrażającej stosunek przyrostu sygnału wejściowego do zmiany sygnału wymuszenia lub cechy stanu:  $S = dy/dx$  (w warunkach ustalonych).

Dla zmiennych w funkcji czasu wielkości  $u(t)$ ,  $x(t)$  i  $y(t)$  przekształcenie wejścia w wyjście określane jest jako charakterystyka dynamiczna urządzenia lub zjawiska. Brak liniowości tej charakterystyki jest przyczyną istotnych odchyłań dynamicznych sygnału wyjściowego. Charakterystykę dynamiczną opisuje się najczęściej za pomocą transmitancji, nazywanej także funkcją przejścia. Transmitancja określa ogólne własności układu niezależne od rodzaju wymuszenia. Transmitancja operatorowa (funkcja przejścia) jest określona przez stosunek transformaty Laplace'a sygnału wyjściowego  $Y(s)$  do transformaty Laplace'a sygnału wejściowego  $U(s)$  przy zerowych warunkach początkowych (3).

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} \quad (3)$$

Transformata Laplace'a jest obrazem funkcji czasu  $f(t)$  przez transformację Laplace'a – czyli przekształceniem funkcji  $f(t)$  w funkcję zespoloną zmiennej zespolonej wg wzoru (4).

$$F(s) = L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (4)$$

Z wyrażań (3) i (4) wynika, że na podstawie funkcji przejścia można wyznaczyć sygnał, jaki uzyskamy na wyjściu układu dla

dowolnego sygnału wejściowego (lub na odwrót) stosując odwrotne przekształcenie Laplace'a  $L^{-1}$  (5):

$$y(t) = L^{-1}\{U(s) \cdot G(s)\} \quad (5)$$

Oprócz transmitancji operatorowej definiowana jest także transmitancja widmowa, określona jako stosunek transformaty Fouriera sygnału wyjściowego  $Y(j\omega)$  do transformaty Laplace'a sygnału wejściowego  $U(j\omega)$  przy zerowych warunkach początkowych. Transmitancja widmowa może być także określona jako stosunek wartości zespolonej odpowiedzi  $Y$  układu, wywołanej wymuszeniem sinusoidalnym, do wartości zespolonej tego wymuszenia, w stanie ustalonym. Transmitancja widmowa przedstawiana jest najczęściej w postaci charakterystyki amplitudowej  $|A(f)|$  i fazowej  $\Phi(f)$  urządzenia w funkcji częstotliwości, tj. opisuje przenoszenie „przejście” amplitudy i fazy sygnału w przypadku wymuszenia sinusoidalnego. Transmitancję widmową można otrzymać wprost z transmitancji operatorowej w wyniku podstawienia  $s = j\omega$  – transformata Fouriera.

Stosowane są dwie metody wyznaczania modeli, statycznych i dynamicznych charakterystyk obiektów:

1. Analityczne, na podstawie modelu matematycznego procesów zachodzących w obiekcie – najczęściej w postaci równań różniczkowych.
2. Empiryczne, to wykonanie a następnie opis wyników eksperymentu przy wymuszeniu statycznym lub sinusoidalnym dla charakterystyk dynamicznych (wykorzystanie do opisu wyników metod analizy regresji).

A więc w przypadku charakterystyki statycznej, metoda analityczna (obliczeniowa) polega na przedstawieniu zależności pomiędzy sygnałem wejściowym i wyjściowym, przy wykorzystaniu opisu matematycznego procesów fizycznych zachodzących w obiekcie. Metoda doświadczalna polega na wprowadzeniu do rzeczywistego układu kolejnych niezmiennych w czasie wartości sygnału wejściowego i pomiarze odpowiadających im wartości sygnału wyjściowego. Wyniki takich pomiarów przedstawia się w formie tabelarycznej lub graficznej w odpowiednim układzie współrzędnych, aproksymuje otrzymując charakterystykę statyczną obiektu w postaci zależności matematycznej.

Charakterystykę dynamiczną obiektu otrzymuje się jako odpowiedź – sygnał wyjściowy  $y(t)$ , na wymuszenie w postaci zmiennego sygnału wejściowego  $x(t)$ . Po podaniu wymuszenia i po upływie odpowiednio długiego czasu, układ ponownie znajdzie się w stanie ustalonym. Charakterystyka dynamiczna jest więc funkcją przejścia (tzw. transmitancją), pomiędzy dwoma stanami ustalonymi.

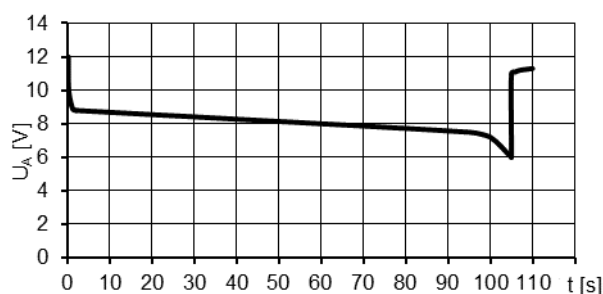
Analityczne wyznaczenie funkcji przejścia wymaga rozwiązania modelu układu – najczęściej w postaci równania różniczkowego, opisującego cechy układu. Możliwe jest także zastosowanie przekształcenia, które pozwala zastąpić równania różniczkowe lub całkowe zwykłymi równaniami algebraicznymi (np. przekształcenie Laplace'a). Jako metoda doświadczalna najczęściej stosowana jest metoda oceny funkcji przejścia, transmitancji obiektu na podstawie odpowiedzi na wymuszenie skokowe lub sinusoidalne.

Ze względu na charakter odpowiedzi na wymuszenie skokowe, odpowiedzi, jak też i obiekty można podzielić na: proporcjonalne, inercyjne pierwszego rzędu, inercyjne pierwszego rzędu z opóźnieniem, inercyjne wyższego rzędu. Podział ten odpowiada rzędowi równania różniczkowego opisującego cechy dynamiczne obiektu.

W wielu praktycznych zastosowaniach modeli obiektów ich charakterystyki dynamiczne zastępowane są charakterystykami statycznymi dla warunków stacjonarnych. Ma to miejsce w przypadkach, gdy wymuszenie jest wolnozmiennne, tzn. jego charakterystyczny okres zmian jest dużo większy od charakterystycznej cechy

dynamiki obiektu, np. jego stałej czasowej lub, gdy w czasie realizacji procesu zmiany właściwości układu są nieistotne.

Na rys. 2 przedstawiono przykład charakterystyki rozładowania akumulatora 6SC 45 prądem rozruchowym  $I = 180$  A. Zgodnie z prawem Ohma akumulator podczas wyładowania wykazuje obniżenie napięcia na zaciskach zależne od natężenia prądu. Zmiana napięcia w czasie wyładowania wynika ze zużycia masy czynnej płyt i elektrolitu – zmiany jego stężenia i gęstości. Tymczasem w analizie procesów rozruchu – napędzania wału korbowego silnika, przyjmuje się założenie stałości napięcia na zaciskach akumulatora w przedziale kilkunastu, czy nawet kilkudziesięciu sekund.



Rys. 2. Charakterystyka wyładowania akumulatora 6SC 45 prądem rozruchowym  $I = 180$  A w temperaturze  $-18^{\circ}\text{C}$  [4]

## 2. Charakterystyki dynamiczne akumulatora kwasowego

Akumulator kwasowy jest odwracalnym chemicznym źródłem energii, w którym ogniwo elektrochemiczne stanowią ołów – elektroda ujemna i dwutlenek ołowiu – elektroda dodatnia oddzielone separatorem, a elektrolitem jest roztwór wodny kwasu siarkowego. Czynnikiem wymuszającym procesy prądowótne jest siła elektromotoryczna ogniwa, zależna od różnicy potencjałów normalnych elektrod. Na potencjały elektrod wpływa również stężenie elektrolitu w ich otoczeniu oraz temperatura. Ilość masy czynnej elektrod podlegającej przemianie podczas ładowania lub rozładowania zależy od zdolności jonów zawartych w elektrolicie do dyfuzji do wnętrza masy czynnej elektrod. Sumaryczny przebieg odwracalnej reakcji chemicznej w akumulatorze przedstawia równanie stechiometryczne procesu ładowania i rozładowania.

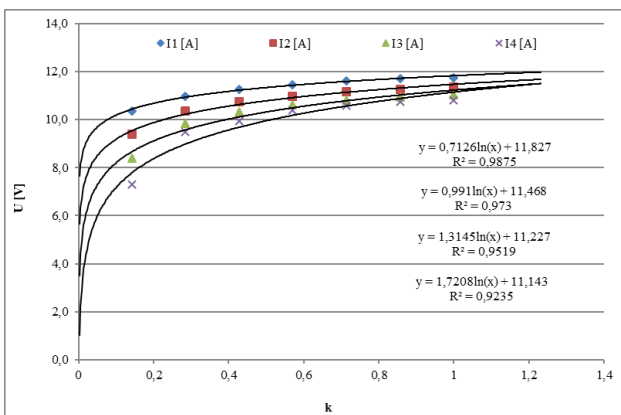
Modele chemiczne akumulatora wyjaśniają jego właściwości elektryczne i energetyczne. Podstawowymi parametrami charakteryzującymi akumulator są: napięcie, pojemność znamionowa i zdolność rozruchowa. Napięcie znamionowe pojedynczego ołowiowego ogniwa akumulatora kwasowego wynosi 2 V. Jest to wartość umowna, odpowiadająca napięciu w początkowym okresie wyładowania małym prądem. Napięcie biegu jałowego na zaciskach nieobciążonego akumulatora określa jego siłę elektromotoryczną  $E_A$  (SEM). Ważnym parametrem elektrycznym akumulatora kwasowego jako źródła prądu jest jego rezystancja wewnętrzna. Moc odbiornika, np. rozrusznika, jest zależna od wartości napięcia na zaciskach akumulatora  $U_A$ , które, w warunkach stacjonarnych, można wyrazić zależnością (6):

$$U_A = E_A - R_w I_w \quad (6)$$

gdzie:  $E_A$  – siła elektromotoryczna akumulatora,  $I_w$  – natężenie prądu wyładowania,  $R_w$  – rezystancja wewnętrzna akumulatora

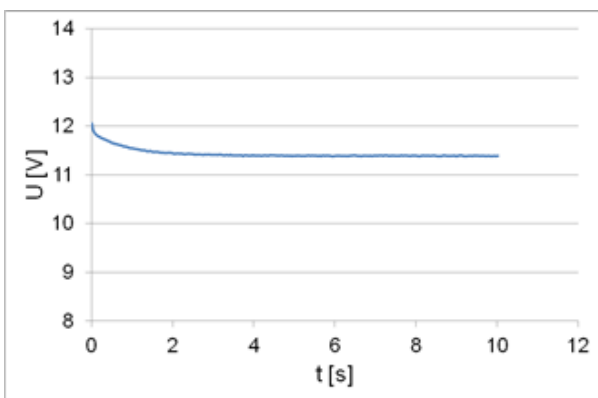
Związek między ilością ulegającej przemianie substancji a ładunkiem elektrycznym określają prawa Faradaya. Parametrem normatywnym akumulatora jest jego pojemność dwudziestogodzinna  $Q_{20}$ , która nosi nazwę pojemności znamionowej. Pojemność akumulatora zależy od wielkości i liczby płyt w ogniwie, od gęstości i temperatury elektrolitu oraz wartości prądu wyładowania, a więc od

ilości masy czynnej płyt, jaka może być przetworzona w procesach elektrochemicznych, Zmniejszenie pojemności użytecznej akumulatora wraz ze zwiększeniem natężenia prądu rozładowania lub obniżenia temperatury elektrolitu uzasadnia się obniżoną lub niedostateczną ruchliwością jonów. Przy wyładowaniu dużymi prądami w obniżonej temperaturze procesy dyfuzji elektrolitu są utrudnione i w przemianach elektrochemicznych biorą udział tylko zewnętrzne warstwy materiału czynnego elektrod – procesy elektrochemiczne mają charakter powierzchniowy. Podatność akumulatora na rozładowanie dużymi prądami w warunkach niskiej temperatury określa się jako jego zdolność rozruchową. Do oznaczania pojemności akumulatorów i ich zdolności rozruchowej stosowane są różne normy. Niektóre scharakteryzowane zależności ilustruje rys. 3 dla badanego akumulatora o pojemności znamionowej 54 Ah. Pokazano, aproksymowane krzywymi logarytmicznymi, zależności napięcia od stopnia naładowania wraz z funkcją regresji dla różnych wartości natężenia prądu obciążenia (rosnącego od około 60 do 200 A). Stwierdzono, że w przedziale wartości stopnia naładowania powyżej 0,6 zależność może być opisana z dostateczną dokładnością funkcją liniową. Przedstawiona zależność jest charakterystyką statyczną akumulatora.



Rys. 3. Zależność napięcia na zaciskach akumulatora o pojemności 54 Ah od stopnia naładowania wraz z logarytmiczną funkcją regresji dla różnych wartości natężenia prądu obciążenia

Na rys. 4. przedstawiono przebieg zależności napięcia na zaciskach akumulatora od czasu po skokowym włączeniu obciążenia o stałej rezystancji. Jest to zależność otrzymana w zmiennych, dynamicznych warunkach pracy akumulatora. W szczególności widoczna jest zależność napięcia w danej chwili od napięcia w chwili poprzedzającej, co najczęściej nie ma miejsca w warunkach statycznych.



Rys. 4. Napięcie na zaciskach akumulatora po włączeniu obciążenia

Akumulator kwasowo-olowiowy jest najczęściej traktowany jako napięciowe źródło prądu elektrycznego o określonej sile elektromotorycznej oraz zmiennym oporze wewnętrznym. W obwodzie elektrycznym określone zmiany napięcia na jego zaciskach (przy stałej wartości rezystancji obciążenia) można uzasadnić zmianą jego siły elektromotorycznej lub oporu wewnętrznego. Występujące zmiany siły elektromotorycznej (lub oporu wewnętrznego) powodowane są przez procesy w elektrolicie w otoczeniu elektrod lub na ich powierzchni. Przy przyjęciu stałej wartości siły elektromotorycznej w danych warunkach rozładowania klasyczny schemat elektryczny akumulatora można przedstawić jako połączenie szeregowo siły elektromotorycznej i zmiennej rezystancji.

W niestacjonarnych warunkach pracy ujawniają się cechy dynamiczne akumulatora, które mogą być reprezentowane poprzez zmienność jego rezystancji wewnętrznej lub napięcia – siły elektromotorycznej polaryzacji. Celowe jest dokonanie opisu zmian w postaci analitycznej. Postać analityczna uzyskanych przebiegów rezystancji wewnętrznej oraz analogicznie napięcia i natężenia pobieranego prądu jest dogodna dla obliczeń inżynierskich w zakresie prognozowania cech obiektu. Jednym z istotnych problemów w tym zakresie jest wybór postaci funkcji regresji będącej modelem obiektu lub procesu. W analizowanym przypadku celowe jest przyjęcie funkcji wykładniczej postaci (7) z powodu charakteru zmienności obserwowanego przebiegu, a także:

1. jest to funkcja powszechnie stosowana w nauce i technice,
2. jest łatwa do interpretacji,
3. daje możliwość, poprzez interpretację, budowy modeli strukturalnych obiektów realizujących odpowiedź o charakterze wykładniczym na wymuszenie skokowe i ich opisu analitycznego

$$U = U_s + U_z \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (7)$$

gdzie:  $U_s$  – napięcie akumulatora w stanie ustalonym pracy,  $U_z$  – amplituda składowej zmiennej napięcia (SEM polaryzacji) akumulatora,

$\tau$  – stała czasowa procesu zmian napięcia.

Uzyskany przebieg sygnału (rys. 4) wskazuje na potrzebę wyodrębnienia części stałej oraz zmiennej. Istnieje trudność jednoznacznego określenia wartości ustalonej przebiegu, ponieważ przy zmienności wykładniczej jest ona osiągnięta w nieskończoności. Ponadto, szczególnie przy dużych wartościach natężenia prądu, niskiej temperaturze i złym stanie akumulatora, zmiany wartości analizowanych sygnałów mogą być także skutkiem rozładowania akumulatora, a tym samym trwałej zmiany jego właściwości. Części zmiennej przebiegu przedstawionego rys. 4 nie można opisać łatwo za pomocą jednej funkcji wykładniczej. W tym przypadku jedną z możliwości opisu jest zastosowanie funkcji sklepanej, czyli zbioru funkcji wykładniczych określonych w różnych przedziałach czasu. Funkcje powinny spełniać warunek ciągłości na granicach przedziałów. Ogólną postać funkcji sklepanej  $F$  i warunek ciągłości można zapisać (8):

$$\begin{aligned} F(t) &= F_i(t); & t_{i-1} \leq t < t_i \\ F_i(t_i) &= F_{i+1}(t_i); & i = 1, \dots, n-1 \end{aligned} \quad (8)$$

W tym przypadku problemem jest dobranie liczby oraz dziedziny funkcji, co jest związane ze złożonością i dokładnością opisu. Jako kryteria doboru i oceny tych cech można zastosować wartości współczynników determinacji  $R^2$  dla poszczególnych funkcji.

Drugi możliwy sposób opisu prezentowanych przebiegów funkcją wykładniczą polega na zastosowaniu ich kombinacji liniowej, czyli mieszaniny funkcji. Mieszaninę funkcji  $F$  można zapisać:

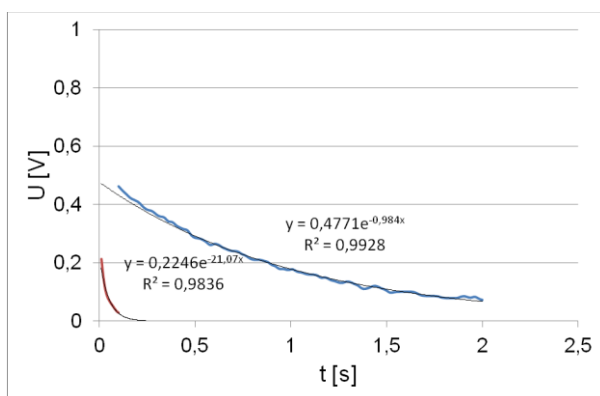
$$F(t) = \sum_{i=1}^n a_i F_i(t) \quad (9)$$

gdzie  $a_i$  są współczynnikami wagowymi funkcji.

Dla analizowanego akumulatora dokonano opisu za pomocą mieszaniny funkcji przebiegu charakterystyki napięcia – rys. 5, w przedziale czasu od 0 do 2 s. Wyodrębniono składową stałą przebiegu o wartości  $U_s = 11,37$  V. Uzyskano tutaj bardzo dobrą zgodność opisu z przebiegiem rzeczywistym wyodrębniając przedział szybkich zmian napięcia polaryzacji w czasie do 0,1 s. W tym przypadku uzyskano opis przebiegu według (8), a fragmenty wyodrębnionych przedziałów przebiegu i ich funkcji aproksymujących przedstawiono na rys. 5.

$$U(t) = 0,225 \exp(-21,1t) + 0,477 \exp(-0,98t) \quad (10)$$

Zwrócić należy uwagę na znaczne, ponad 20-krotne zróżnicowanie wartości stałych czasowych obydwu funkcji, które są odpowiednio równe około 0,05 s dla składowej szybkozmiennnej, tj. w przedziale czasu do 0,1 s oraz 1 s dla składowej wolnozmiennnej (są równe odwrotności współczynników znajdujących się w wykładnikach funkcji).

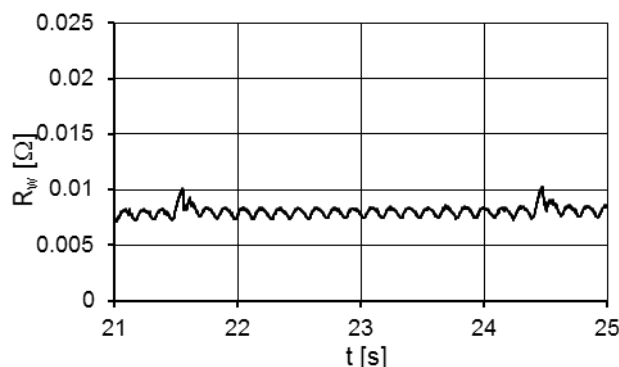


**Rys. 5.** Wyznaczone funkcje składowe napięcia na zaciskach obciążonego akumulatora w przedziale czasu do 2 s

Dotychczas podkreślano w rozważaniach, że jako przyczynę zmiany napięcia na zaciskach obciążonego akumulatora można uważać, zgodnie z równaniem (6), zmianę jego rezystancji wewnętrznej. Powodem tego są przede wszystkim zmiany gęstości elektrolitu w otoczeniu elektrod i w warstwach wewnętrznych masy czynnej. Zmiana gęstości elektrolitu jest także przyczyną zmiany potencjałów elektrod – siły elektromotorycznej akumulatora. Dlatego też jako przyczynę zmian napięcia na zaciskach można uznać także zmianę siły elektromotorycznej, jej składowej określanej jako SEM polaryzacji. Wyróżnić można polaryzację każdej z elektrod (anody i katody), w zależności od umiejscowienia procesów polaryzacyjnych, oraz spadek napięcia zachodzący w elektrolicie. W ogólności opór elektryczny akumulatora stanowią składowe o charakterze rezystancji, pojemności i indukcyjności.

Schemat elektryczny akumulatora kwasowego według (6) może być wykorzystywany do opisu funkcjonowania akumulatora w warunkach stałego obciążenia natężeniem prądu bądź rezystancją o stałej wartości. Zmienność w czasie rezystancji wewnętrznej w warunkach obciążenia dynamicznego praktycznie uniemożliwia korzystanie z tego schematu dla wyznaczenia odpowiedzi akumulatora na wymuszenie zmienne – dynamiczne. Przykład zmian rezystancji wewnętrznej akumulatora (zależności od czasu) podczas

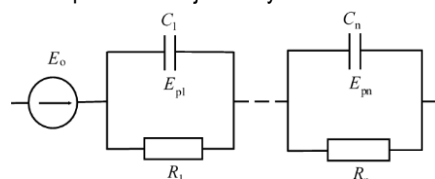
napędzania wału korbowego w warunkach rozruchu silnika tłokowego przedstawiono na rys. 6. W tych zmiennych warunkach obciążenia, odpowiednie zmiany siły elektromotorycznej polaryzacji mogą być traktowane jako zmiana wartości rezystancji akumulatora.



**Rys. 6.** Zmiany wartości rezystancji wewnętrznej akumulatora w warunkach rozruchu silnika

Podczas rozruchu silnika spalinowego rezystancja wewnętrzna akumulatora kwasowego ulega więc istotnym zmianom. Jest to źródło prądu wykazujące znaczące cechy dynamiczne i chwilowe napięcie na jego zaciskach jest zależne od szybkości zmian natężenia pobieranego prądu, a stąd, podczas rozruchu silnika, od szybkości zmian prędkości obrotowej (przyśpieszenia kąowego) wału korbowego. Widoczne na rys. 6 dwukrotne nagłe zwiększenie wartości rezystancji akumulatora jest związane z wystąpieniem zapłonów w cylindrach uruchamianego silnika. Wówczas następuje wzrost chwilowej prędkości obrotowej wału korbowego i towarzyszące mu zmniejszenie natężenia prądu pobieranego przez rozrusznik. Ponieważ zmiany napięcia na zaciskach akumulatora „nie nadążają” za zmianami natężenia prądu, to oczywisty jest w tym przypadku wzrost rezystancji akumulatora.

Wynika stąd, że w warunkach obciążenia istotny wpływ na właściwości akumulatora wywiera siła elektromotoryczna polaryzacji elektrod. Można zatem przyjąć, że akumulator może być traktowany w warunkach obciążenia zmiennego jako obiekt dynamiczny pierwszego rzędu. Opis charakterystyki rozładowania akumulatora za pomocą kombinacji liniowej dwóch lub więcej funkcji wykładniczych wskazuje na możliwość i potrzebę zastosowania w schemacie zastępczym akumulatora także większej liczby obwodów RC połączonych szeregowo. W związku z tym jego elektryczny schemat zastępczy można przedstawić jak na rys. 7.



**Rys. 7.** Elektryczny schemat zastępczy akumulatora kwasowego:  $E$  – siła elektromotoryczna akumulatora,  $C$ ,  $R$  – pojemność i rezystancja jako parametry elektryczne związane z istnieniem siły elektromotorycznej polaryzacji

W schemacie zastępczym elementy  $C$ ,  $R$  reprezentują cechy dynamiczne akumulatora kwasowego. Równanie tej części obwodu (równowagę napięć kondensatora i rezystora zastępczego w każdym odrębnym oczku obwodu) można, zgodnie z II prawem Kirchhoffa, zapisać:

$$U_C + U_{Rc} = 0 \quad (11)$$

Zgodnie z definicją pojemności kondensatora i prawem Ohma otrzymamy:

$$\frac{Q}{C} = -IR_c = -\frac{dQ}{dt} R_c \quad (12)$$

gdzie:  $Q$  – ładunek elektryczny zgromadzony w kondensatorze,  $I$  – natężenie prądu płynącego w obwodzie  $C$ ,  $R_c$ .

Uwzględniając, że natężenie prądu jest pochodną przepływającego ładunku, równanie (12) jest równaniem różniczkowym, którego rozwiązaniem jest funkcja wyrażająca zmianę w czasie ładunku zgromadzonego w kondensatorze. Jeżeli w chwili początkowej ładunek zgromadzony w kondensatorze jest równy  $Q_0$ , otrzymamy następujące równanie opisujące jego zmianę w czasie:

$$Q = Q_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_s}\right) \quad (13)$$

gdzie stała czasowa:  $\tau_s = CR_c$ .

Analogicznie, jeżeli chcemy określić zmiany napięcia na kondensatorze (siły elektromotorycznej polaryzacji akumulatora  $E_A$ ), to jego równanie ma postać:

$$E_A = E_{A0} \exp\left(-\frac{t}{\tau_s}\right) \quad (14)$$

Wyznaczenie parametrów elementów obwodu jest możliwe na podstawie wyników badania charakterystyk rozładowania akumulatora. Wiadomo przy tym, że charakterystyka rozładowania kondensatora jest krzywą wykładniczą postaci (15):

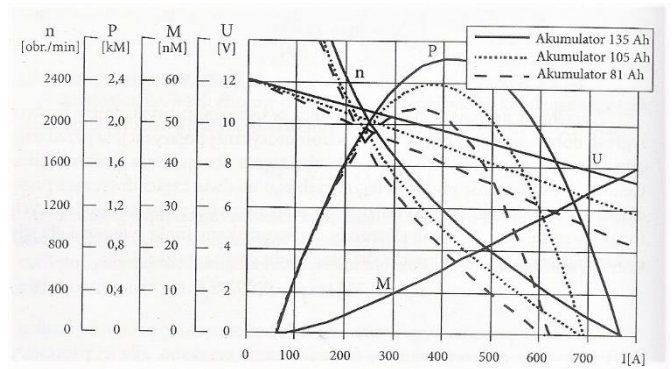
$$U(t) = U_o \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) = U_o \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \quad (15)$$

Zatem stała czasowa procesu rozładowania  $\tau = RC$ . Stwarza to możliwości przypisania wartości fizycznych wskazanym elementom obwodu zastępczego akumulatora.

### 3. Cechy dynamiczne rozrusznika elektrycznego

Modelowanie i wyznaczanie parametrów modelu akumulatora jest uważane za proces trudny, niejasny, niejednoznaczny pracochłonny i kosztowny [1]. Wynika to między innymi z faktu, że w akumulatorze fizycznie nie występują elementy o charakterze pojemności elektrycznej, a dynamiczne procesy i jego charakterystyki wynikają ze złożonych przemian elektrochemicznych, zmiany stanu płyt, elektrolitu i jego dużej niejednorodności w procesach rozładowania, szczególnie dużymi prądami, i podczas ładowania. Modelowanie akumulatorów, w tym kwasowych, stało się konieczne i jest realizowane szczególnie intensywnie w związku ze zwiększeniem zapotrzebowania na energię elektryczną w pojazdach wraz z pojawieniem się napędów elektrycznych i hybrydowych.

Z tego samego powodu wzrosło zainteresowanie i zapotrzebowanie na modelowanie i modele rozrusznika, także wskutek ograniczenia emisji szkodliwych składników spalin poprzez stosowanie systemów „start – stop”. Modelowanie rozrusznika i analityczne wyznaczenie jego charakterystyk jest także procesem złożonym i pracochłonnym z uwagi na konieczność doświadczalnego wyznaczenia stałych parametrów konstrukcyjnych i eksploatacyjnych [3].

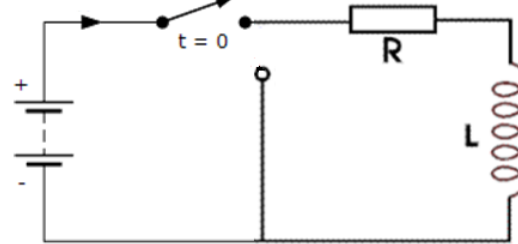


Rys. 8. Zbiór charakterystyk rozrusznika o mocy 1,3 kW [4]

Zbiór charakterystyk rozrusznika (rys. 8) zawiera zależności od natężenia prądu pobieranego przez rozrusznik  $I$  [A] w chwili napędzania wału odbiornika energii, np. silnika:

- momentu obrotowego rozrusznika  $M$  [Nm],
- prędkości obrotowej wałka rozrusznika  $n$  [obr./min],
- mocy mechanicznej rozrusznika  $P$  [kW],
- napięcia na zaciskach obciążonego akumulatora  $U$  [V].

Jest to zbiór charakterystyk statycznych rozrusznika wyznaczanych na odpowiednich stanowiskach i wykorzystywanych w procesach doboru, oceny, a także diagnozowania rozrusznika i układu rozruchowego. Wstępna analiza cech dynamicznych rozrusznika jest prostsza niż w przypadku akumulatora, bowiem w tym przypadku fizycznie w jego strukturze występują elementy powodujące brak liniowości zespołu w warunkach dynamicznych. Prosty układ  $RL$  dla celów analizy cech dynamicznych rozrusznika zasilany przez źródło napięcia o stałej wartości przedstawiono na rys. 9.



Rys. 9. Schemat szeregowego układu  $RL$

Konsekwencją zjawiska indukcji elektromagnetycznej, tutaj – samoindukcji jest prąd pojawiający się przy zamykaniu i otwieraniu obwodu zawierającego indukcyjność. W zamkniętym powyższym obwodzie zawierającym źródło napięcia  $E$  płynie prąd o natężeniu  $I_0 = E/R$  – opór omowy indukcyjności jest zaniedbywany.

Jeżeli w momencie ( $t = 0$ ) odłączenie SEM i zwarcie układu  $RL$ , spowoduje to zmianę strumienia indukcji i pojawienie się siły elektromotorycznej samoindukcji, która zgodnie z regułą Lenza przeciwstawia się zanikowi prądu w obwodzie. Przez oporność  $R$  popłynie prąd  $I$  spełniający II prawo Kirchhoffa, które można zapisać (16):

$$U_R + U_L = 0 \longrightarrow IR + L \frac{dI}{dt} = 0 \quad (16)$$

Po rozdzieleniu zmiennych równanie różniczkowe ma postać (17)

$$\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} dt \quad (17)$$

Całkując obie strony równania, wyznaczając stałą całkowania i korzystając z własności logarytmów naturalnych, otrzymuje się rozwiązanie równania w postaci wykładniczej (18):

$$I = I_0 \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) = I_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (18)$$

Zatem natężenie prądu w obwodzie będzie zanikać zgodnie z zależnością wykładniczą. Prędkość zanikania prądu jest określona przez stałą czasową obwodu  $RL$  – stosunek indukcyjności do oporności obwodu.

$$\tau = \frac{L}{R} \quad (19)$$

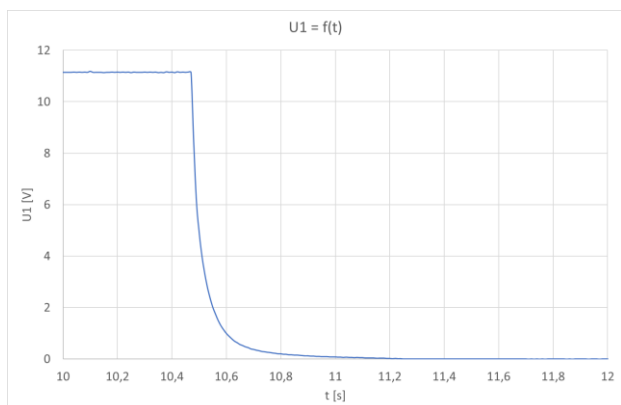
Na tej podstawie można wnioskować, że w sytuacji włączenia zasilania obwodu za pomocą źródła napięcia  $E$ , w indukcyjności pojawi się SEM samoindukcji i spowoduje powolne narastanie prądu charakteryzowane przez taką samą stałą czasową obwodu. Drugie prawo Kirchhoffa dla obwodu w tym przypadku można zapisać (20):

$$E + U_R + U_L = 0 \rightarrow E + IR + L \frac{dI}{dt} = 0 \quad (20)$$

Rozwiązaniem tego niejednorodnego równania różniczkowego jest funkcja postaci (21):

$$I = I_0 \left(1 - \exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\right) \quad (21)$$

Identyfikacja cech dynamicznych obwodu rozrusznika – identyfikacja w jego obwodzie indukcyjności  $L$  jest możliwa w chwili wyłączenia zasilania funkcjonującego rozrusznika. W chwili odłączenia rozrusznika od odbiornika mocy (jego wyzębienia) wałek rozrusznika (twornik) wskutek bezwładności obraca się przez pewien czas. Wskutek zjawiska indukcji elektromagnetycznej w tym czasie na zaciskach rozrusznika występuje zanikające napięcie. Przykład takiego przebiegu napięcia na zaciskach rozrusznika po odłączeniu zasilania (natężenie prądu zasilającego gwałtownie spada do zera) uzyskanego podczas badań charakterystyk rozrusznika na stanowisku przedstawiono na rys. 10.



**Rys. 10.** Przebieg dynamicznych zmian napięcia na zaciskach rozrusznika po wyłączeniu jego zasilania przez akumulator

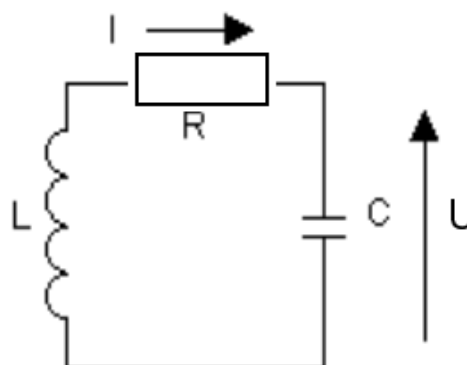
Cechy i charakterystyki dynamiczne rozrusznika – układu rozruchowego w pełni można dostrzec i analizować rozpatrując kompletny system akumulator-rozrusznik-silnik spalinowy jako układ dynamiczny RLC w sensie elektromagnetycznym oraz w sensie mechanicznym wskutek bezwładności mechanicznej oraz złożoności zjawisk, w tym tarcia, w silniku spalinowym.

#### 4. Dynamiczne cechy pracy elektrycznego układu rozruchowego

W kontekście analizowanych dotychczas właściwości dynamicznych i struktury akumulatora i rozrusznika, elektryczny układ rozruchowy można przedstawić dla potrzeb analizy jego cech dy-

namicznych, jako układ  $RLC$ . Obwód  $RLC$  składa się z czterech połączonych szeregowo elementów: przemiennej siły elektromotorycznej ( $E(t)$ ), rezystancji ( $R$ ), indukcyjności (cewki –  $L$ ) i kondensatora ( $C$ ). na podstawie II prawa Kirchhoffa dla tego obwodu otrzymuje się równanie:

$$E + U_R + U_C + U_L = 0 \quad (22)$$



**Rys. 11.** Schemat zamkniętego obwodu  $RLC$

Właściwości dynamiczne obwodu dogodniej jest analizować w przypadku układu zamkniętego, bez źródła napięcia, w którym w chwili początkowej kondensator jest naładowany – rys. 11. Wstawiając do tego równania wyrażenia określające wartości napięcia na poszczególnych elementach poprzez funkcję wartości ładunku zgromadzonego na kondensatorze  $Q(t)$  można je zapisać w postaci (23):

$$R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} + L \frac{d^2Q}{dt^2} = 0 \quad (23)$$

Po podzieleniu stronami równania (23) przez  $L$ , jego uporządkowaniu oraz dokonaniu podstawień:

$$\frac{1}{LC} = \omega_0^2; \quad \frac{R}{2L} = \beta \quad (23)$$

można otrzymać równanie w postaci (24):

$$\frac{d^2Q}{dt^2} + 2\beta \frac{dQ}{dt} + \omega_0^2 Q = 0 \quad (24)$$

Równanie (24) można rozwiązać metoda uzmienniania stałej. Istnieją także metody pozwalające przewidywać rozwiązanie, które ostatecznie określa wyrażenie (25) (analogicznie zmienia się wartość napięcia na kondensatorze uwzględniając wartość jego amplitudy):

$$Q = Q_m e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi) \quad (25)$$

Rozwiązaniem równania różniczkowego (24) jest zatem równanie drgań elektrycznych gasnących, przy czym częstość drgań gasnących jest równa (26):

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \quad (26)$$

Natężenie prądu w obwodzie jest pochodną ładunku zgromadzonego na kondensatorze i jest przesunięte w fazie w stosunku do ładunku i napięcia na kondensatorze (27). Natężenie prądu zmienia się harmonicznie z amplitudą zmniejszającą się wykładniczo:

$$I = Q_m \omega_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi + \alpha) \quad (27)$$

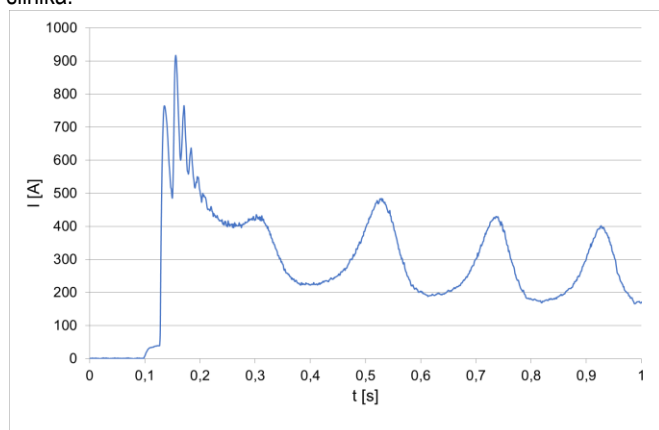
przy czym:

$$\sin\alpha = \frac{\omega}{\omega_0}; \cos\alpha = \frac{\beta}{\omega_0}, \text{ stąd: } \operatorname{tg}\alpha = \frac{\omega}{\beta} \quad (28)$$

Proces napędzania wału korbowego, a szczególnie rozruchu tłokowego silnika spalinowego za pomocą elektrycznego układu rozruchowego jest wieloaspektowym procesem dynamicznym. Jest procesem przejścia silnika ze stanu spoczynku do stanu wykonywania funkcji użytkowych. Proces nieustalony zostaje zakończony w chwili, gdy po włączeniu rozrusznika silnik podejmie samodzielną pracę i uzyska ponownie stan ustalony – stacjonarny pracy. Zatem dynamiczne warunki pracy silnika podczas rozruchu i nagrzewania do stanu temperatury eksploatacyjnej obejmują:

- nieustalone warunki inicjowania pracy układu rozruchowego,
- dynamiczny stan zapoczątkowania napędzania wału korbowego przez układ rozruchowy,
- cykliczny, nieustalony proces napędzania wału korbowego przed wystąpieniem zapłonów mieszanki w cylindrach silnika,
- procesy zmian warunków tworzenia mieszanki w cylindrach silnika do chwili powstania zapłonu,
- procesy dynamiczne zmian stanu silnika, tworzenia mieszanki i jej spalania oraz napędzania wału korbowego w okresie od powstania zapłonu do podjęcia samodzielnej pracy,
- zmiany stanu silnika, tworzenia i spalania mieszanki do stanu osiągnięcia stanu równowagi termicznej,
- dynamika pojedynczego cyklu pracy silnika w każdej z wymienionych faz.

Dynamiczny stan pracy układu dotyczy całego okresu uruchamiania silnika, jednakże najbardziej widoczne cechy dynamiczne powinny być w chwili jego włączenia, a więc skokowego wzrostu obciążenia. Skokowa zmiana sygnału wymuszenia zgodnie z powyższą analizą powinna spowodować powstanie przebiegów napięcia i natężenia prądu o okresowej zmienności z amplitudą malejącą wykładniczo. Na rys. 12 przedstawiono przebieg początkowych zmian natężenia prądu pobieranego z akumulatora od chwili włączenia zasilania rozrusznika podczas napędzania wału korbowego silnika.



**Rys. 12.** Przebieg natężenia prądu pobieranego z akumulatora po włączeniu rozrusznika podczas napędzania wału korbowego silnika

Powyższe przebiegi istotnie pokazują gasnące drgania tłumione natężenia prądu i napięcia na zaciskach akumulatora na tle funkcji trendu wynikających z obciążenia rozrusznika. Na obciążenie rozrusznika składa się moment siły generowany przez układ hamulca elektrowirowego, który ma w przybliżeniu stałą wartość, oraz moment siły wynikający z momentu bezwładności układu mechanicznego (w tym hamulca) i konieczności jego rozpędzenia do ustalonej prędkości. Ta składowa szybko maleje, co także powoduje szybkie zmniejszanie trendu natężenia pobieranego prądu i wzrost trendu napięcia. Wyznaczone w pkt 4 opracowania zależności mogą umożliwić

wyznaczenie właściwości układu rozruchowego determinujących jego cechy dynamiczne.

### Podsumowanie

Pełne poznanie cech obiektów wymaga analizy i oceny ich cech dynamicznych. Szczególnie jest to istotne dla procesów modelowania i projektowania konstrukcji z wykorzystaniem modeli obiektów. Zazwyczaj funkcjonowanie obiektu – urządzenia w warunkach dynamicznych znacznie odbiega od analogicznego funkcjonowania w warunkach stacjonarnych. Dlatego stopień odchylenia parametrów pracy urządzenia dla warunków stacjonarnych i dynamicznych powinien podlegać analizie i ocenie. Często ze względu na niewielkie wartości odchylenia, ale także wygodę stosowania modeli i obliczeń, cechy dynamiczne obiektów dla zastosowań praktycznych są pomijane i stosuje się ich modele stacjonarne. Takie postępowanie często ma miejsce w przypadku modeli elementów układu rozruchowego i innych, gdzie rozważane są ich cechy dynamiczne, zaś w praktyce modelowania przyjmuje się model stacjonarny obiektu [2, 5] – choć modelowanie akumulatorów, w tym kwasowych, stało się konieczne i jest realizowane szczególnie intensywnie w związku ze zwiększeniem zapotrzebowania na energię elektryczną w pojazdach wraz z pojawieniem się napędów elektrycznych i hybrydowych [1].

Modele chemiczne akumulatora wyjaśniają mechanizm generowania siły elektromotorycznej oraz sumaryczne jego zdolności elektryczne i energetyczne, np. pojemność elektryczną. Jednakże modele chemiczne nie są przydatne do analizy obwodów elektrycznych, których elementem jest akumulator kwasowy. Konieczne jest zastosowanie modeli elektrycznych akumulatora, złożonych z typowych elementów obwodu elektrycznego: siły elektromotorycznej, rezystancji, pojemności, indukcyjności i innych.

Realizowane badania, których wyniki przedstawiono w opracowaniu mają na celu ocenę istotności wpływu cech dynamicznych układu rozruchowego na procesy diagnozowania układu i silnika spalinowego na podstawie sygnałów rozruchu. Metoda diagnozowania może być opracowana na bazie modelu zależności charakteryzujących właściwości elementów systemu rozruchu, wśród których podstawowe znaczenie ma wyznaczenie ciśnienia sprężania ładunku powietrza w cylindrze silnika i charakterystyk rozrusznika w rzeczywistych warunkach pracy.

Jak wykazano, do opisu charakterystyk akumulatora kwasowego, jego funkcjonowania, dogodnie jest użycie funkcji wykładniczych w postaci funkcji sklejanej bądź mieszaniny funkcji. Obydwu tym sposobom opisu odpowiadają dwa różne modele zastępcze elektryczne akumulatora kwasowego w postaci siły elektromotorycznej i zmiennej rezystancji wewnętrznej oraz siły elektromotorycznej i układów RC o różnych charakterystykach, realizujących zmiany siły elektromotorycznej polaryzacji akumulatora w obwodzie. Uwzględnienie wielu parametrów niezależnych do opisu właściwości akumulatora i jego parametrów strukturalnych wymaga przeprowadzenia długotrwałych obszernych badań eksperymentalnych.

W przypadku rozrusznika elektrycznego – kompletnego układu rozruchowego zidentyfikowano istotne jego cechy dynamiczne w chwili włączenia obciążenia. Istnieje potrzeba wyznaczenia wartości cech elementów strukturalnych obwodu (indukcyjności, pojemności) i oceny wpływu cech dynamicznych układu na jego funkcjonowanie w warunkach cyklicznego charakteru pracy silnika spalinowego. Warto podkreślić, że w dostępnej literaturze, dotyczącej problemów funkcjonowania układu rozruchowego podczas rozruchu tłokowego silnika spalinowego, autor nie stwierdził opracowań dotyczących omawianych aspektów dynamiki pracy układu rozruchowego.



## Bibliografia

1. Ceraolo M., New Dynamical Models of Lead-Acid Batteries. IEEE Trans. On Power Systems, Vol. 15, No. 4, Nov. 2000.
2. Ciurys M., Dudzikowski I., Analiza dynamicznych i stacjonarnych stanów pracy rozrusznika samochodowego wzbudzanego magnesami trwałymi, Zeszyty Problemowe – Maszyny Elektryczne, Nr 100/2013.
3. Constantinescu L., Enache B., Lefter E., Modeling aspects of an electric starter system for an internal combustion engine, ECAI – International Conference, Bucharest, ROMÂNIA, 2014.
4. Pszczółkowski J., Analiza i modelowanie procesu rozruchu silników o zapłonie samoczynnym. WAT. Warszawa. 2009.
5. Radu P., Modelowanie zasobników energii do celów oceny efektywności energetycznej w transporcie zelektryfikowanym, Autobusy, Technika, Eksploatacja, Systemy Transp., nr 6/2018.

---

## Identification of the electric starting system dynamic features

The article describes the starting systems of combustion engines and the conditions of their operation. Traditional stationary characteristics of the acid battery and the electric starter were discussed. Structural models of functional components of the starter system: battery and starter are presented as classic electrical circuits with typical *RLC* elements. The equations of structural components operation in dynamic conditions were formulated and their solutions and characteristics were presented. The results of tests of the functioning of the starting system and its components, battery and starter in the test stand conditions and while driving the crankshaft of the engine, showing the behaviour and the course of work parameters under dynamic conditions are presented.

---

**Keywords:** acid battery, electric engine starting system, dynamic operating conditions.

## Autorzy:

dr hab. inż. **Józef Pszczółkowski**, prof. WAT – Wojskowa Akademia Techniczna im. Jarosława Dąbrowskiego, Wydział Mechaniczny, 00-908 Warszawa, ul. gen. Witolda Urbanowicza 2.  
tel. 261 837 206, email: jozef.pszczolkowski@wat.edu.pl